

Trình độ: ĐẠI HỌC; Ngày thi: 03/01/2019

Môn: TOÁN 2

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đáp án - thang điểm gồm 1/1 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
1	$I = \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3+x+1}} dx$	2.0
	Ta có: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3+x+1}} \geq 0, \forall x \in [1, +\infty)$	0.25
	Xét $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}} \geq 0, \forall x \in [1, +\infty)$	0.25
	Ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$	0.5
	Mà $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx$ hội tụ (vì $\alpha > 1$)	0.5
	Theo TCSS 2 $\Rightarrow I = \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3+x+1}} dx$ hội tụ	0.5
2		2.0
	(C): $y = \frac{x^2}{2}, 0 \leq x \leq 2,$	0.5
	$f(x, y(x)) = 2x, y'(x) = x$	0.5
	$I = \int_0^2 2x\sqrt{1+x^2} dx = \int_0^2 \sqrt{1+x^2} d(1+x^2)$	0.5
	$= \frac{2}{3} \sqrt{(x^2+1)^3} \Big _0^2$	0.25
	$= \frac{2}{3} (5\sqrt{5} - 1)$	0.25
3	$I = \int_{(2,0)}^{(3,2)} (4yx^2+x) dx + \left(\frac{4x^3}{3} + y - 30 \right) dy$	1.0
	$P(x, y) = 4yx^2 + x; Q(x, y) = \frac{4x^3}{3} + y - 30$	0.25
	$\frac{\partial Q}{\partial x} = 4x^2 = \frac{\partial P}{\partial y}$ nên tích phân không phụ thuộc đường lấy tích phân	0.25

	$I = \int_2^3 (x) dx + \int_0^2 (y+6) dy$	0.25
	$= \left(\frac{x^2}{2}\right)_2^3 + \left(\frac{y^2}{2} + 6y\right)_0^2 = \frac{33}{2}$	0.25
4	$y' + \frac{1}{x} \cdot y = 7x^{12}y^{12}$, với $x > 0$ (1)	2.0
	(1) $\Leftrightarrow -11 \cdot y^{-12} \cdot y' - \frac{11}{x} \cdot y^{-11} = -77 \cdot x^{12}$ (2)	0.25
	Đặt $w = y^{-11} \Rightarrow w' = -11y^{-12}y'$ (2) $\Leftrightarrow w' - \frac{11}{x} \cdot w = -77x^{12}$ (3)	0.25
	$m(x) = e^{\int \frac{-11}{x} dx} = e^{-11 \cdot \ln x} = \frac{1}{x^{11}}$	0.25
	(3) $\Leftrightarrow \frac{1}{x^{11}} \cdot w' - \frac{11}{x^{12}} \cdot w = -77x$	0.25
	$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x^{11}} \cdot w\right)' = -77x$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{1}{x^{11}} \cdot w = -77 \int x dx = \frac{-77}{2} x^2 + C$	0.25
$\Leftrightarrow w = x^{11} \left(\frac{-77}{2} x^2 + C\right)$	0.25	
$\Leftrightarrow y^{-11} = x^{11} \left(\frac{-77}{2} x^2 + C\right)$	0.25	
5	$y'' + 6y' + 9y = 25e^{2x}$ (1)	3.0
	Nghiệm của (1): $y = y_0(x) + y_r(x)$	0.25
	Xét PT thuần nhất: $y'' + 6y' + 9y = 0$ (2)	0.50
	PT đặc trưng: $k^2 + 6k + 9 = 0$ (3)	
	có nghiệm kép $k = -3$	0.50
	$\Rightarrow y_0(x) = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$	
	Vì $\alpha = 2$ không là nghiệm của (3) nên $s = 0$. Do đó $y_r(x) = A e^{2x}$	0.50
	Đạo hàm: $y_r'(x) = 2A e^{2x}$, $y_r''(x) = 4A e^{2x}$	0.50
	Thay $y_r(x)$, $y_r'(x)$, $y_r''(x)$ vào (1). Khi đó ta được: $A = 1$	0.25
$\Rightarrow y_r(x) = e^{2x}$	0.25	
Vậy nghiệm của (1) là: $y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x} + e^{2x}$	0.25	